1S **Fiche méthode : équations réduites de droites et ajustement de courbes**

Equation réduite d'une droite

Une droite non parallèle à l'axe des abscisses admet une équation de la forme y =mx+p dite équation réduite de la droite

où m est son coefficient directeur ; p son ordonnée à l'origine.

Voir si nécessaire http://abcmaths.free.fr/chapitressec.htm#4

Détermination :

- Si $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$ sont deux points de la droite, on a :

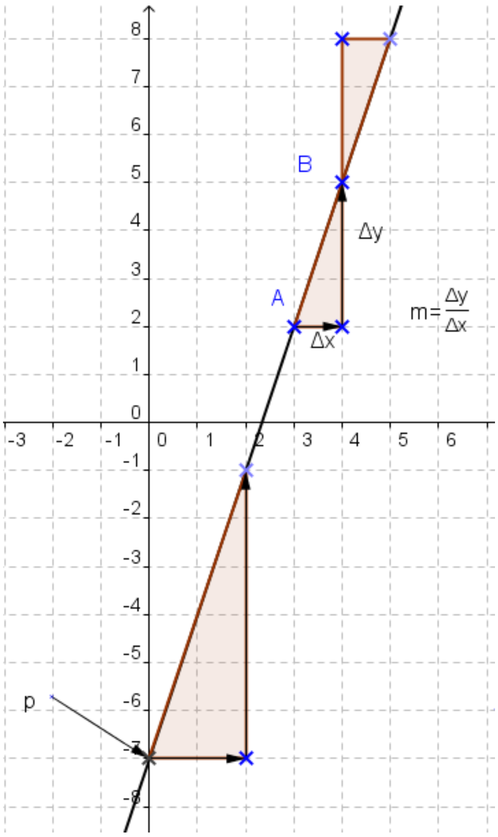
$$\boxed{m = \frac{y_A-y_B}{x_A-x_B} = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}} = \frac{\text{Variations des ordonnées entre deux points A et B de la droite}}{\text{Variations des abscisses entre deux points A et B de la droite}} = \text{"}\frac{\Delta y}{\Delta x}\text{"}$$

Le coefficient m est un indicateur de l'inclinaison de la droite.

- Si $A(x_A;y_A)$ est un point de la droite alors ses coordonnées vérifient l'équation de la droite donc $y_A = m\, x_A + p$

donc $\boxed{p = y_A - m\, x_A}$

En particulier, si $x_A = 0$, alors $p = y_A$: p est donc l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées d'où son nom.



Exemple

Soit la droite $\mathscr{D}$ ci–contre qui passe par A(3;2) et B(4;5) alors :

Graphiquement

- $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{+3}{+1} = 3$ mais aussi $m = \frac{-3}{-1} = \frac{6}{2} = 3$ en considérant les autres différents triangles tracés.
- $p = -7$.

Algébriquement :

- $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-2}{4-3} = \frac{3}{1} = 3$
- $p = y_A - m\, x_A = 2 - 3\times 3 = -7$

$\boxed{\text{Finalement, l'équation réduite de la droite } \mathscr{D} \text{ est } y = 3x - 7.}$

Ajustement de 3 points par une parabole

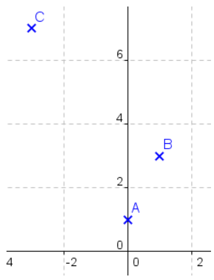
Problème : on dispose de 3 points non alignés et on veut déterminer une équation d'une parabole $\mathscr{P}$ qui passe par ces 3 points.

Exemple

Soit A(0;1) ; B(1;3) et C(–3;7) les 3 points.

Cherchons une équation de la parabole $\mathscr{P}$ sous la forme $y = ax^2 + bx + c$ où a, b c sont des réels avec a non nul.

Les "3 points doivent être sur la parabole" est équivalent à " leurs coordonnées respectives doivent vérifier l'équation de la parabole".



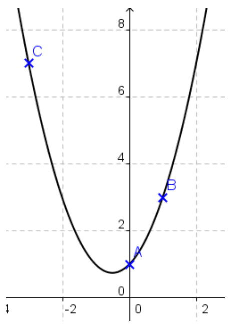
On a donc : $A(0;1) \in \mathscr{P} \Leftrightarrow 1 = a\times 0^2 + b\times 0 + c \Leftrightarrow c = 1$

et de même : $B(1;3) \in \mathscr{P} \Leftrightarrow 3 = a + b + c$

$C(-3;7) \in \mathscr{P} \Leftrightarrow 7 = 9a - 3b + c$

On cherche donc trois réels a, b et c vérifiant le système : $\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 3 \\ 9a - 3b + c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a + b = 2 \\ 9a - 3b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a + b = 2 \\ 3a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$

$\boxed{\text{La parabole d'équation } y = x^2 + x + 1}$ est donc une solution du problème.



On résout le système $\begin{cases} a+b=2 \\ 3a-b=2 \end{cases}$ par :

_ la méthode de substitution à partir de $\begin{cases} a = 2-b \\ 3a-b=2 \end{cases}$

ou

_ la méthode des combinaisons linéaires à partir de a+b +3a–b = 2+2