

COURS 03/04 : Décomposition d'un vecteur en fonction de deux vecteurs non colinéaires.

1) Définition d'une base du plan

Définition

Exemple : Les côtés d'un triangle ABC quelconque, non aplati, permettent de former des bases.

Exemple : Base (\vec{AB}, \vec{AC}) , autre exemple :

Propriété et définition des coordonnées d'un vecteur dans une base

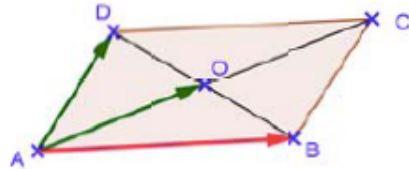
Soit (\vec{u}, \vec{v}) une base du plan.

Exemple : Soit ABCD le parallélogramme de centre O.

On veut exprimer le vecteur \vec{AB} en fonction de \vec{AO} et \vec{AD} .

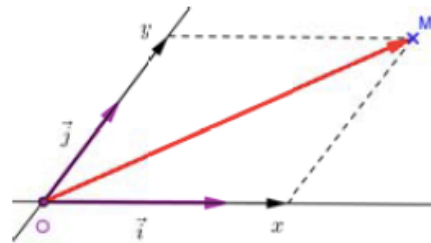
On a : $\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB} = 2\vec{AO} + \vec{DA} = 2\vec{AO} - \vec{AD}$.

Donc, dans la base (\vec{AO}, \vec{AD}) , les coordonnées de \vec{AB} sont $(2; -1)$.



2) Définition d'un repère du plan

Définition et coordonnées d'un point dans un repère



Remarques :

- Trois points non alignés A, B et C forment un repère du plan, on peut par exemple considérer le plan (A, \vec{AB}, \vec{AC}) encore noté (A, B, C) .
- Le vecteur $\vec{w}(x; y)$ dans le repère (A, \vec{u}, \vec{v}) signifie que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$

Les coordonnées d'un vecteur dépendent de la base (\vec{u}, \vec{v}) , tandis que les coordonnées d'un point dépendent du repère (A, \vec{u}, \vec{v}) .

Applications du cours

PREREQUIS

- Relation de Chasles
- Calcul vectoriel

Exercice 1 : 6p177 Manuel Objectif : Lire graphiquement les coordonnées d'un vecteur dans une base donnée.

Exercice 2 : 43p181 Manuel Objectif : Lire, à partir d'une figure géométrique, les coordonnées d'un vecteur dans une base formée de deux vecteurs non colinéaires de la figure.

Exercice 3 : 46p181 Manuel Objectif : Démontrer que des droites sont parallèles à l'aide d'une décomposition pertinente simple.

Exercice 4 : 47p181 Manuel Objectif : Démontrer que des points sont alignés à l'aide d'une décomposition pertinente simple.

Exercice 5

Objectif : A partir des coordonnées de vecteurs dans un repère orthonormal, calculer les coordonnées d'un vecteur dans une nouvelle base.

Dans un repère orthonormal, on donne les vecteurs $\vec{u}(2; 1)$; $\vec{v}(-1; 3)$ et $\vec{w}(5; -3)$

- 1) Vérifier que $(\vec{u}; \vec{v})$ est une base du plan.
- 2) Déterminer alors les coordonnées de \vec{w} dans cette nouvelle base.

Exercice 6

Objectif : Démontrer que des points sont alignés à l'aide d'une décomposition pertinente.

ABC est un triangle ; K est le point tel que $\vec{AK} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$; M est le milieu de [AB] et I celui de [MC].

- 1) Faire une figure.
- 2) Exprimer \vec{AI} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC}
- 3) Etablir que A, I et K sont alignés.

Exercice 7

Objectif : Résoudre une question d'alignement à l'aide d'une décomposition pertinente.

ABC est un triangle, I est le milieu de [AB] et J et L sont les points tels que $\vec{BJ} = \frac{3}{5}\vec{BC}$ et $\vec{AL} = 3\vec{AC}$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Exprimer \vec{IJ} et \vec{JL} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
- 3) Les points I, J et L sont-ils alignés ?

Puis, faire les exercices du manuel 44 et 48p181 puis Défi BAC Exercices 17 à 19 p 194.