TD 8 : ®tude des variations d'une fonction

1. On donne la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1}{2x+1}$.

Démontrer que f est décroissante sur $\left] -\dfrac{1}{2} \,;\, +\infty \right[$.

2. On donne la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{x+5}$.

Démontrer que g est croissante sur $[-5 \,;\, +\infty [$.

3. On donne la fonction h définie par $h(x) = \sqrt{x^2+1}$.

Démontrer que h est croissante sur $\mathbb{R}+$.

4. On donne la fonction C définie par $C(x) = \dfrac{-2}{x^2-1}$.

Démontrer que C est croissante sur $] 1 \,;\, +\infty [$.

5. On donne la fonction φ définie par $\varphi(x) = x^2 + \dfrac{1}{x}$.

Démontrer que φ est décroissante sur $] -\infty \,;\, 0 [$.

6. On donne la fonction F définie par $F(x) = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x-2}$.

Démontrer que F est décroissante sur $] 1 \,;\, 2 [$.

7. On donne la fonction G définie par $G(x) = \left(\dfrac{1}{x} + 1 \right)^2$.

a) Démontrer que G est décroissante sur $] 0 \,;\, +\infty [$.

b) Démontrer que G est croissante sur $[-1 \,;\, 0 [$.

c) Démontrer que G est décroissante sur $] -\infty \,;\, -1]$.

d) Établir le tableau de variations de G sur son domaine de définition $\mathbb{R} \setminus \{ 0 \}$.

8. On donne la fonction H définie par $H(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$.

a) Déterminer le domaine de définition de la fonction H.

b) Démontrer que H est croissante sur $[3 \,;\, +\infty [$.

c) Démontrer que H est décroissante sur $] -\infty \,;\, -1]$.

d) Établir le tableau de variations de H sur son domaine de définition.