



Cours 07/4 : Angles orientés de deux vecteurs

Définition 1

Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non nuls.

Le couple (\vec{u}, \vec{v}) est appelé **angle orienté de vecteurs**.

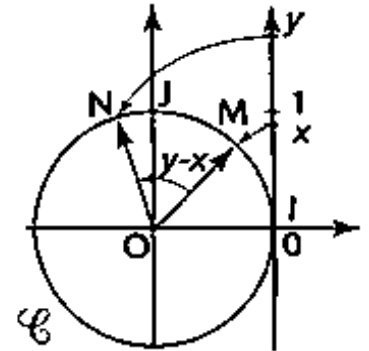
Définition 2

(O, I, J) est un repère orthonormé d'origine O .

\mathcal{C} est le cercle trigonométrique de centre O , M et N sont deux points du cercle \mathcal{C} .

M est l'image de x et N l'image de y .

Les réels $y - x + k2\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$ sont appelées mesures en radians de l'angle orienté (\vec{OM}, \vec{ON}) . On note $(\vec{OM}, \vec{ON}) = y - x + k2\pi$ ou plus simplement $y - x$

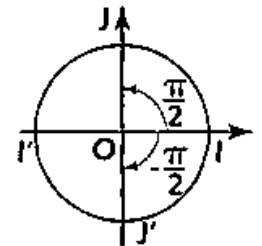


Exemple A : $(\vec{OI}, \vec{OJ}) =$ $(\vec{OI}, \vec{OJ}') =$

Exemple B :

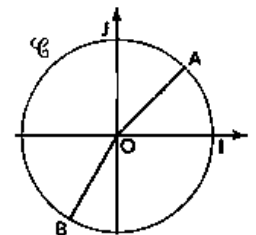
Sur le cercle trigonométrique \mathcal{C} de centre O ci-contre, A et B sont les points tels que

$\widehat{IOA} = 45^\circ$ et $\widehat{IOB} = 120^\circ$. Donner une mesure en radians des angles (\vec{OI}, \vec{OA}) ; (\vec{OB}, \vec{OA}) .



Exemple C :

$\frac{7\pi}{5}$ et $-\frac{13\pi}{5}$ sont-elles des mesures en radians d'un même angle orienté ?



Théorème 3

L'angle orienté (\vec{OM}, \vec{ON}) possède une et une seule mesure dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$.

Cette mesure est appelée mesure principale de (\vec{OM}, \vec{ON})

Exemple D : a) $-\frac{17\pi}{3}$ est une mesure en radians d'un angle orienté. Quelle est sa mesure principale ?

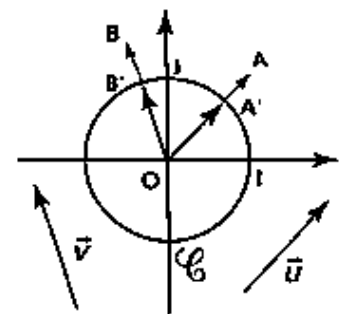
b) Même question avec $\frac{29\pi}{6}$.

Théorème 4

(O, I, J) est un repère orthonormé et \mathcal{C} est le cercle trigonométrique de centre O .

\vec{u} et \vec{v} sont des vecteurs non nuls tels que $\vec{u} = \vec{OA}$ et $\vec{v} = \vec{OB}$.

Les mesures en radians de l'angle orienté (\vec{u}, \vec{v}) sont les mesures en radians de $(\vec{OA'}, \vec{OB'})$ où A' et B' sont les points d'intersection des demi-droites $[OA)$ et $[OB)$ avec le cercle \mathcal{C} .



Exemple E : Dans un plan orienté, on considère le trapèze rectangle ABCD de bases $[AB]$ et $[CD]$ représenté ci-contre.

Donner* une mesure en degrés de chacun des angles orientés suivants :

(\vec{DC}, \vec{BA}) ; (\vec{AD}, \vec{AC}) ; (\vec{BC}, \vec{BA}) (\vec{BA}, \vec{AD}) (\vec{BC}, \vec{AD})

(*aucune justification)

