TD 15 : égalités remarquables, lignes brisées sous contraintes angulaires

Exercice 1

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls.

1°) Exprimer en fonction de l'angle ($\vec{u}$, $\vec{v}$) les angles de vecteurs suivants : (2 $\vec{u}$, $\vec{v}$) ; ($-\vec{u}$, 3 $\vec{v}$) et ($-\vec{v}$, $\vec{u}$)

2°) Soit $\vec{u}$ un vecteur de norme 1. Construisez les vecteurs $\vec{v}$ définis par les conditions suivantes :

a) $\|\vec{v}\|=2$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = -\frac{\pi}{2}$ b) $\|\vec{v}\|=2$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{4\pi}{3}$

Exercice 2

1°) A, B, C , D , E sont des points d'un plan orienté tels que : AB = AC = 1 , AD = 2 , AE = 3 ,

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{25\pi}{12}$; $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) = \frac{119\pi}{4}$; $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}) = -\frac{85\pi}{6}$

a) Faire une figure

b) Montrer que les points A, D et E sont alignés.

c) Calculer DE.

2°) A, B, C , D , E sont des points du plan tels que : AB = AC = 1, AD = 2, AE = 3 ,

α , β et δ sont des mesures respectivement de $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$; $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$; $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})$

a) Déterminer une relation entre α , β et δ pour que A, D et E soient alignés .

b) En supposant A, D et E sont alignés, que peut-on dire de DE ?

Exercice 3

1°) Dans un plan orienté, construire la ligne brisée ABCDE telle que :

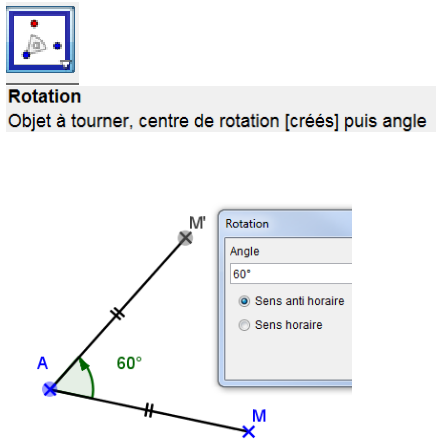
AB = 3 ; BC = 2; CD = ED = 6 ; $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = -\frac{2\pi}{3}$; $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\pi}{3}$; $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{CD}) = -\frac{10\pi}{3}$

2°) Construire cette figure avec le logiciel Geogebra avec les menus rotation et cercle/rayon

3°) En utilisant la relation de Chasles, déterminer une mesure de $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{DE})$.

En déduire le réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\ \overrightarrow{DE}$.

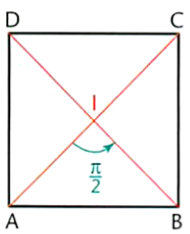
On appelle rotation de centre A et d'angle de mesure θ la transformation du plan qui a tout point M associe le point M' tel que AM' =AM; $(\overrightarrow{AM} ; \overrightarrow{AM'}) = \theta$



Exercice 4

ABCD est un carré direct * de centre I.

En utilisant notamment des égalités de vecteurs ou des vecteurs colinéaires, déterminer une mesure de : $(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{ID})$; $(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{CI})$; $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{ID})$; $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CI})$



*direct : On passe de A à B puis C puis D en tournant dans le sens direct.

Exercice 5

A, B, C et D sont des points tels que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{12}$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{5\pi}{12}$.

Démontrer que le triangle ACD est rectangle en utilisant la relation de Chasles.

Exercice 7

On sait que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires et de même sens.

Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DC})$.