



Cours 09/01 : fonction dérivée, calculs de fonctions dérivées

Définition (rappel)

Soit f une fonction définie sur un intervalle I . Dire que f est dérivable sur I signifie que f est dérivable en tout réel de I . Dans ce cas, la fonction dérivée de f est la fonction qui à tout réel x associe son nombre dérivé $f'(x)$. Cette fonction est notée f'

Théorème : dérivées des fonctions usuelles

	$f(x) =$	$f'(x) =$	Pour f : ensemble de définition	Pour f' : intervalles de dérivabilité
①	$b \quad (b \in \mathbb{R})$	0		\mathbb{R}
②	x	1		\mathbb{R}
③	$x^n \quad (n \in \mathbb{Z}; +\infty[)$	$n x^{n-1}$		\mathbb{R}
④	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$	sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$
⑤	\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$		★
Hors programme	$\cos x$	$-\sin x$		\mathbb{R}
	$\sin x$	$\cos x$		\mathbb{R}

Théorème : dérivées et opérations

Opérations		Formule	Conditions et Dérivabilité	
			Soit u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I	
⑤	Somme	$(u+v)' = u' + v'$	A	alors la fonction $u + v$ est dérivable sur I
⑥	Produit	cas général	$(uv)' = u'v + uv'$	B alors la fonction uv est dérivable sur I
		carré	$(u^2)' =$	C alors la fonction u^2 est dérivable sur I
⑦	par une constante k	$(ku)' = ku'$	D	alors la fonction ku est dérivable sur I
⑧	Quotient	inverse	$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$	E <i>avec pour tout x de I, $v(x) \neq 0$.</i> alors la fonction $\frac{1}{v}$ est dérivable sur I
⑨		cas général	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$	F <i>avec pour tout x de I, $v(x) \neq 0$.</i> alors la fonction $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I

Théorème : dérivabilité des fonctions polynômes et rationnelles

P : Les fonctions polynômes sont dérivables sur \mathbb{R} .

R : Les fonctions rationnelles sont dérivables sur tout intervalle inclus dans leur ensemble de définition D .

Si D est la réunion des intervalles I et J alors f est dérivable sur I et sur J .

RH : Le théorème **R** s'applique aux fonctions homogènes (quotient non simplifiables de fonctions affines).

corollaire n. m. 1. LOG Proposition qui découle nécessairement et évidemment d'une autre proposition. ¶ MATH Conséquence découlant immédiatement d'une proposition déjà démontrée.