1ère S	Devoir n° 17M *application de la dérivation*	Pour le mercredi 17 février

Un rédacteur et un présentateur…

Exercice 1

Montrer que pour tout x de [-10;10] : $\frac{1}{2} \leqslant \frac{x^2+1}{x^2+2} < 1$ (on proposera deux méthodes)

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - \frac{3}{4}x + 1$.

1°) Donner $f'(x)$. Expliquer pourquoi il est difficile d'étudier le signe de $f'(x)$.

2°) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f'(x)$.

a) Donner $g'(x)$.
b) Dresser le tableau de variations de g et vérifier que $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0$.
c) En déduire le signe de g.
d) En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 (optionnel)

On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que, pour tout réel x : $f''(x) \geqslant 0$.
(f'' désigne la dérivée de la fonction f').

On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère cartésien et a un réel fixé.

1°) Donner l'équation cartésienne réduite de la tangente à $\mathscr{C}$ en a.

2°) Soit la fonction $\varphi(x) = f(x) - [f'(a)(x-a) + f(a)]$

a) Interpréter graphiquement $\varphi(x)$.
b) Calculer $\varphi'(x)$ et montrer que $\varphi'(a) = 0$.
c) Montrer que f' est une fonction croissante sur $\mathbb{R}$.
d) Déduire des questions précédentes que φ admet un minimum en a égal à 0.
e) En déduire le signe de $\varphi(x)$ sur $\mathbb{R}$.

3°) Déduire des questions précédentes une propriété graphique particulière de $\mathscr{C}$.

4°) Donnez une fonction, non affine, dont la représentation graphique $\mathscr{C}$ a la propriété particulière énoncée au 2°.