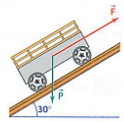


Cours 09/04 : Produit scalaire et projections

Définition 1

Le projeté orthogonal d'un point M sur une droite d est le point d'intersection M' de la droite d et de la droite perpendiculaire à d passant par M.

Définition 2

Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls, si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{CD}$ alors $\boxed{\boldsymbol{\vec{u}.\vec{v} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{C'D'}}}$

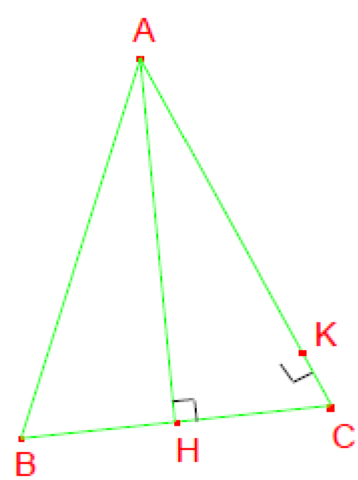
où C' et D' sont les projetés orthogonaux respectifs de C et D sur la droite (AB)

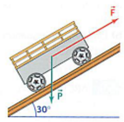
Activité A : application et méthode de la « double expression »

Soit ABC un triangle isocèle en A avec BC = 4.
Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC). On donne : AH = $\sqrt{5}$.
Soit K le projeté orthogonal de H sur (AC).

On veut calculer AK.

1°) Montrer que AC = 3.
2°) Montrer que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH} = 5$.
3°) Obtenir une autre expression du produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH}$ et en déduire que $AK = \frac{5}{3}$.





Cours 09/05 : produit scalaire et angles

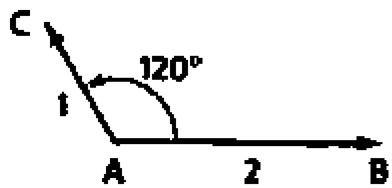
Théorème 1 :
Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls, si $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$ alors $\boxed{\boldsymbol{\vec{u}.\vec{v}} = \|\boldsymbol{\vec{u}}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos\theta}$

où θ est une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right)$

Remarque : On peut aussi écrire $\boxed{\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}, \vec{v})}$
Sachant que $\cos(\vec{u}, \vec{v})$ = $\cos(\vec{v}, \vec{u})$, cette expression ne dépend pas de l'orientation du plan.

Activité A :

Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.



Théorème 2 : produit scalaire de deux vecteurs colinéaires

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs colinéaires alors :

Activité B :

ABC est un triangle équilatéral de côté 6.
ABD est un triangle isocèle en D tel que AD = $3\sqrt{3}$.
O est le milieu de [AB].
1°) Montrer que $\overrightarrow{CO}.\overrightarrow{BD} = 9\sqrt{6}$.
2°) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 18$.
3°) Montrer que $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{BD} = 9$.
4°) Montrer que $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{BD} = 9\sqrt{6} + 9$.
5°) Monter que $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{DB} = -9\sqrt{6} - 9$