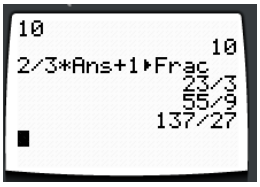
Corrigé 1B

1°) $u_1 = \frac{2}{3} \times 10 + 1 = \frac{23}{3}$; $u_2 = \frac{55}{9}$; $u_3 = \frac{135}{27}$

Contrôle :



2°)

a) <u>Méthode 1</u> :

Pour tout entier n : $v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \frac{2}{3} u_n + 1 - 3 = \frac{2}{3} u_n - 2 = \frac{2}{3}(u_n - 3) = \frac{2}{3} v_n$

<u>Méthode 2</u> : (idée : $v_n = u_n - 3$ donc $u_n = v_n + 3$)

Pour tout entier n : $v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \frac{2}{3} u_n + 1 - 3 = \frac{2}{3} u_n - 2 = \frac{2}{3}(v_n + 3) - 2 = \frac{2}{3} v_n + 2 - 2 = \frac{2}{3} v_n$

<u>Méthode 3</u> :

3 est un point fixe de l'équation 2/3 x+1 = x puisque $\frac{2}{3} \times 3 + 1 = 3$

Pour tout entier : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2}{3} u_n + 1 \\ 3 = \frac{2}{3} \times 3 + 1 \end{cases}$ donc par différence : $u_{n+1} - 3 = \frac{2}{3}(u_n - 3)$ soit $v_{n+1} = \frac{2}{3} v_n$.

$\boxed{\text{La suite } (v_n) \text{ est donc une suite géométrique de raison } \frac{2}{3} \text{ et de premier terme } v_0 = u_0 - 3 = 10 - 3 = 7}$.

b) Comme (v_n) est une suite géométrique alors pour tout entier n : $\boxed{v_n = \text{" } v_0 q^n \text{ "} = 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n}$

3°) Pour tout entier n : $\boxed{u_n = v_n + 3 = 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 3}$.