

TD 20 : somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique

A retenir et à savoir démontrer :

Théorème

Soit $u_n, u_{n+1}, \dots, u_{n+p}$ des termes consécutifs d'une suite arithmétique alors

$$S = u_n + u_{n+1} + \dots + u_{n+p} =$$

Exercice 1

Lequel des deux nombres est le plus grand :

$$A = 1985 (1 + 2 + 3 + \dots + 1986) \text{ ou } B = 1986 (1 + 2 + 3 + \dots + 1985) ?$$

Exercice 2

Une entreprise estime ainsi le coût d'un forage ainsi :

- Le premier mètre coûte 1000 euros
- Le deuxième mètre coûte 1050 euros et chaque mètre supplémentaire coûte 50 euros de plus que le précédent.

1°) Montrer que le coût d'un forage de 5 m est de 5500 euros.

2°) Montrer qu'un forage de 126 m coûte 519 750 euros.

Exercice 3

Un ancien haltérophile fait en début d'année le pari de soulever, à chacun de ses passages à la salle de musculation, une barre dont la masse sera augmentée chaque fois de 400 g.

Sachant qu'il débute avec une barre de 50 kg et que la somme des masses de toutes les barres soulevées au cours de l'année s'élève à 2646 kg, quel est le nombre de ses passages à la salle ?

Exercice 4

La suite (u_n) est définie par $u_0=1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1}=u_n-4n+7$.

1°) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2°) Avec votre calculatrice, déterminer une valeur approchée arrondie à 10^{-2} de u_{17} .

3°) Conjecturer la nature de la suite (d_n) définie pour tout entier naturel n par $d_n = u_{n+1} - u_n$.

4°) Valider la conjecture émise en 3°).

5°) Calculer $S_n = d_0 + d_1 + \dots + d_{n-1}$ puis en déduire une formule explicite de u_n .

Exercice 5

Soit n points A_1, A_2, \dots, A_n .

Combien de segments joignent ces points peut-on construire ?