$1^{ère}$ S	**Devoir 13 M**	**Corrigé de l'exercice 2**

Ecrire un algorithme qui affiche la mesure principale en radians d'un angle orienté écrite sous la forme $\frac{n}{d}\pi$ où n et d sont des relatifs. $\left(\text{on pourra poser si nécessaire : } M = \frac{n}{d}\right)$

Voici 3 approches :

<u>Algorithme 1</u> : On ajoute (ou soustrait) séquentiellement 2 à M $\left(\text{soit } 2\pi \text{ à } \frac{n}{d}\pi\right)$ jusqu'à obtenir un réel dans]–1 ; 1].
Comme on ne sait pas combien de fois sera effectuée cette action, cela conduit notamment à une **<u>boucle conditionnelle</u>**. Les choix "additionner" et "soustraire" conduisent à une **<u>instruction conditionnelle</u>** .

<u>Algorithme 2</u> : On reprend la méthode 1 sauf qu'on anticipe par un calcul le "nombre de tours" à soustraire ou à additionner à M. Les choix additionner et soustraire devraient conduisent à une **<u>instruction conditionnelle</u>**.

<u>Analyse mathématique (pour comprendre le cheminement, *revoir les exemples numériques vus en cours).*</u>

Posons $T = \frac{M\pi}{2\pi} = \frac{M}{2} = \frac{n}{2d}$. T correspond donc au "nombre de tours" dans le sens direct ($T \geqslant 0$) ou indirect ($T \leqslant 0$).

Soit t la troncature à l'unité de T et t' = T–t : on peut alors écrire T = t + t' et t' = T –t avec $|t'| < 1$

(par exemple si T= 2,6 alors t = 2 et t'= 0,6 et si T = –2,6 alors t = –2 et t'=–0,6)

Comme $M\pi = 2\pi T$ et T = t+t' alors $\boxed{M\pi = 2\pi t + 2\pi t' \text{ avec } t \text{ entier relatif}}$

Donc :

❶ si $-0{,}5 < t' \leqslant 0{,}5$ alors $-\pi < 2\pi t' \leqslant \pi$ donc $t' \times 2\pi$ est la mesure principale de $M\pi$.

_ sinon :

• ❷ Si $0{,}5<t'<1$ alors à partir de l'égalité : $M\pi = 2\pi T = 2\pi(T+1) - 2\pi = 2\pi t + 2\pi t' + 2\pi - 2\pi = 2\pi(t+1) + 2\pi(t'-1)$, on en déduit que $-\pi < 2\pi(t'-1) < 0$ et comme t est un relatif, alors t+1, aussi et donc $2(t'-1)\pi$ est la mesure principale de $M\pi$ (elle est alors négative).

•❸ Si $-1<t'<-0{,}5$ alors à partir de l'égalité : $M\pi = 2\pi T = 2\pi(T-1) + 2\pi = 2\pi(t-1) + 2\pi(t'+1)$, on en déduit que $0 < t'+1 < \pi$ et comme t est un relatif alors (t–1) aussi, et donc $2(t'+1)\pi$ est la mesure principale de $M\pi$ (elle est alors positive).

L'algorithme peut poser problème si l'on souhaite obtenir une écriture fractionnaire de la mesure principale. Pour contourner cette difficulté, on vérifiera que t est l'arrondi à l'unité de T sauf si T est un multiple impair de π qu'on traitera donc séparément par une instruction conditionnelle.

Algorithme 3 : On perfectionne l'algorithme 2. On pose mathématiquement le problème.

Déterminer la mesure principale d'une mesure d'angle consiste à déterminer un relatif k tel que $-1 \leqslant M + 2k \leqslant 1$ c'est-à-dire tel que : $\frac{-1-M}{2} < k \leqslant \frac{1-M}{2}$.

Comme $\frac{1-M}{2} - \left(\frac{-1-M}{2}\right) = \frac{1-M+1+M}{2} = 1$ alors l'intervalle J =] (–1–M)/ 2; (1–M)/2] est de longueur 1 et ne contient bien qu'un seul relatif k or la partie entière de $\frac{1-M}{2}$ qui correspond au plus petit relatif inférieur ou égal à $\frac{1-M}{2}$ est donc aussi dans J donc k est la partie entière de $\frac{1-M}{2}$.

Comme la partie entière d'un réel x est souvent notée E(x) alors on écrira de même ici : $k = E\left(\frac{1-M}{2}\right)$.

On en déduit que la mesure principale de $M\pi$ est $\left(M + 2 \times E\left(\frac{1-M}{2}\right)\right)\pi$.

Les algorithmes seront contrôlés à partir de valeurs numériques couvrant les variétés des situations rencontrées :

Mesure	$17\pi/6$	$19\pi/6$	$-17\pi/6$	$-19\pi/6$	3π	4π
Mesure principale	$5\pi/6$	$-5\pi/6$	$-5\pi/6$	$5\pi/6$	π	0

Sur Algobox : (ici n/d est la solution) et sur le web : **http://tinyurl.com/j4gze86**

```
VARIABLES
  k EST_DU_TYPE NOMBRE
  a EST_DU_TYPE NOMBRE
  b EST_DU_TYPE NOMBRE
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  d EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE a
  LIRE b
  k PREND_LA_VALEUR floor((1-a/b)/2)
  n PREND_LA_VALEUR a+2*k*b
  d PREND_LA_VALEUR b
  AFFICHER "La mesure principale de "
  AFFICHER a
  AFFICHER "/"
  AFFICHER b
  AFFICHER " PI est "
  AFFICHER n
  SI (d !=1) ALORS
    DEBUT_SI
    AFFICHER "/"
    AFFICHER d
    FIN_SI
  AFFICHER " PI"
FIN_ALGORITHME
```