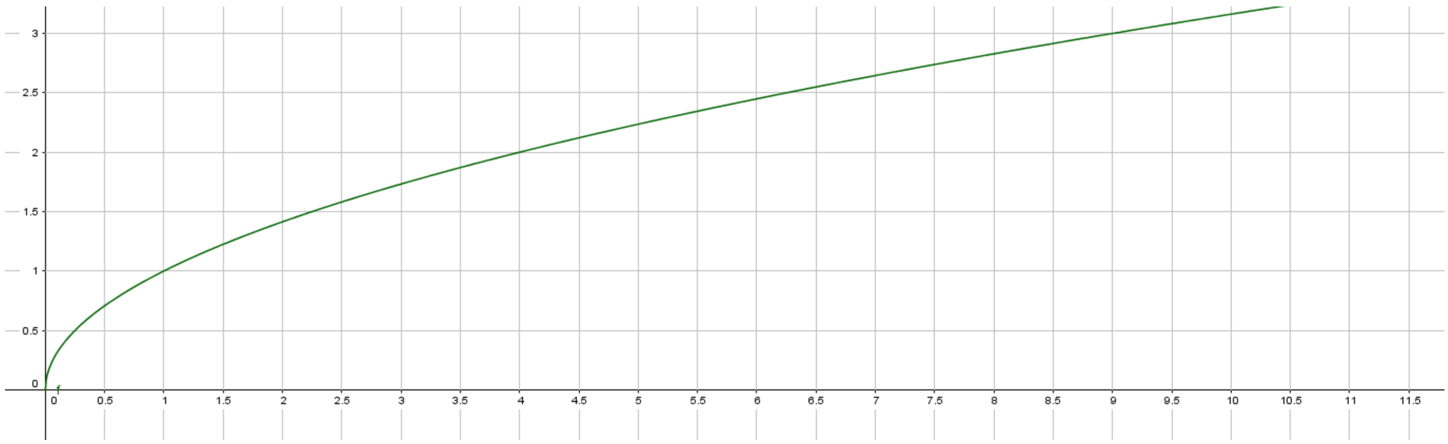
1$^{\text{ère}}$ S Nom : ………………………………………………	Devoir n° 18S *Nombres dérivés*	Jeudi 18 février, 2 h

Exercice 1 (4 points)

Notons f la fonction racine carrée.

1°) A l'aide de la **notion de taux d'accroissement**, montrer que $f\,'(1) = \frac{1}{2}$.

2°) On donne ci–dessous une représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction racine carrée.



a) Tracer la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 (indiquer avec précision les points d'appui).

b) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 9, **par la méthode de votre choix**.

c) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de T avec l'axe des ordonnées ? En déduire une construction de T (tracer T sur le graphique).

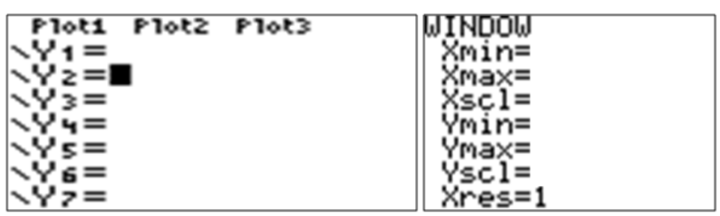
Exercice 2 (4 points)

Soit la fonction f définie sur l'intervalle I =[–5;+∞[par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 5$.

1°) Etudier la dérivabilité de f.

2°) Construire le tableau des variations de f.

3°) Complétez les écrans suivants afin de disposer d'une représentation significative de f sur votre calculatrice :



4°) Calculer $f(5)$ et en déduire que pour tout réel x de [–1;5], on a : $x^3 - 3x^2 \leqslant 9x + 5$.

Exercice 3 (3 points)

Justifier et compléter les résultats suivants (avec les formules les plus pertinentes) :

f est définie par $f(x) =$	$x\sqrt{x}$	$\dfrac{2x-3}{3x-2}$	$\dfrac{3}{1-2x}$
f est dérivable sur	………………………………	………………………………	
f' est définie par $f'(x) =$	$\dfrac{3}{2}\sqrt{x}$	$\dfrac{5}{(3x-2)^2}$	$\dfrac{6}{(1-2x)^2}$

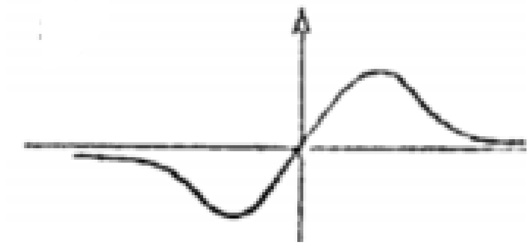
Exercice 4 (2 points)

Construire le tableau de signes des expressions suivantes : A(x) = $\frac{2x^2-2x^3}{(2x-4)^2}$ et B(x) = $5+\frac{3}{x^2}$

Exercice 5 (1 point)

Soit f une fonction dont on donne ci–contre une représentation graphique.

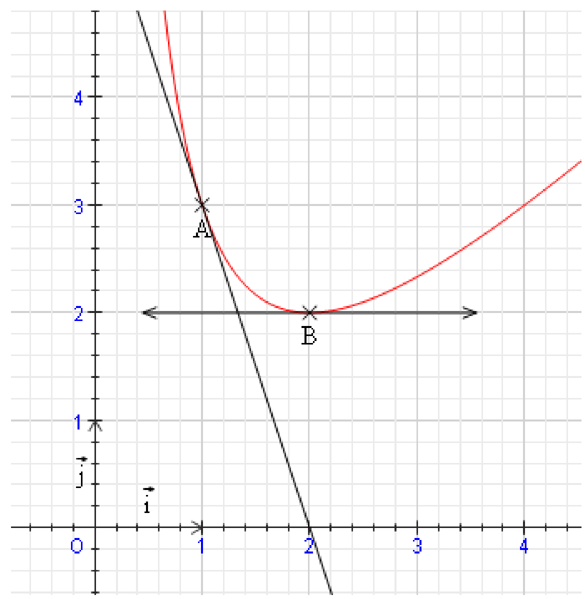
Construire le graphique d'une fonction g qui aurait le même tableau de signes que la fonction dérivée de la fonction f.



Exercice 6 (3 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle I =] 0; + ∞[dont on donne ci-contre une représentation graphique.
On sait qu'il existe des coefficients a, b et c tels que pour tout x de I :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$$



1°) A l'aide du graphique, lire deux nombres dérivés.
2°)

a) Pour tout x de I, montrer que : $f'(x) = \frac{ax^2-c}{x^2}$.
b) En utilisant f '(1), montrer que $a - c = -3$.
c) Par analogie, montrer que $c = 4a$.
d) En déduire les valeurs de a et c.

3°) Déterminer b.

Exercice 7 (3 points)

On veut résoudre le problème suivant :

« Quelles doivent être les dimensions d'un rectangle d'aire égale à 16 m² pour que son périmètre soit minimal ? »

1°) Soit x une des dimensions d'un tel rectangle (x désigne la longueur ou la largeur d'un tel rectangle et $x > 0$).

Montrer que son périmètre exprimé en fonction de x est $p(x)$ = $\frac{2x^2+32}{x}$.

2°) En déduire les solutions du problème posé.

3°) Que peut–on dire des rectangles « solution » ?

Exercice 8 (optionnel et hors barème)

Soit la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = x^2 - 1$ et $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé d'origine O.
Soit M un point de $\mathscr{C}$ de coordonnées $(a; b)$ avec $a > 0$ et $b < 0$.
La tangente à $\mathscr{C}$ en M coupe l'axe des abscisses au point A et l'axe des ordonnées au point B.
Déterminer la position de M pour que l'aire du triangle OAB soit minimale.