$1^{\text{ère}}$ S	Devoir n° 7 (DS)	Jeudi 26 novembre 2016

La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 : connaissance du cours (4,5 points)

1°) Démontrer que la fonction racine carrée est croissante sur [0 ;+ ∞[.

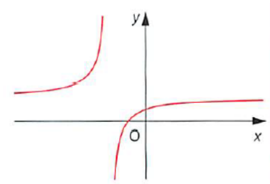
2°) Peut–on trouver deux fonctions strictement croissantes sur $\mathbb{R}$ dont le produit n'est pas une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$?

3°) Sachant que u est une fonction monotone sur un intervalle I, énoncer les théorèmes T_1 et T_2 concernant les variations de $\sqrt{u}$ et $\frac{1}{u}$. *Ces références de théorèmes pourront être utilisées dans la suite du devoir.*

4°) Comparer $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ avec $\sqrt{\frac{2}{3}}$. *Bien justifier à partir d'un résultat du cours.*

Exercice 2 (4 points)

Choisir la ou les bonnes réponses. **Aucune justification n'est demandée**.

1°) La fonction f est strictement croissante sur]0 ;+∞[			
A : $f(x) = 1 + \frac{4}{x}$	B : $f(x) = 3 - 4\sqrt{x}$	C : $f(x) = 5 - x^2$	D : $f(x) = 2\lvert x\rvert - 6$
2°) Soit $f(x) = \sqrt{3-x}$ alors f est décroissante sur			
A : [0 ;+∞[	B :]–∞ ;–3]	C : [3 ;+∞[	D :]–∞ ;3]
3°) La fonction f a même sens de variation que la fonction valeur absolue.			
A : $f(x) = 2\lvert x\rvert - 3$	B : $f(x) = -\lvert x\rvert$	C : $f(x) = \frac{\lvert x\rvert}{3}$	D : $f(x) = \lvert x\rvert^2$
4°) La courbe ci–contre peut représenter la fonction f définie par : 			
A : $f(x) = 2 + \frac{3}{x+2}$	B : $f(x) = 2 - \frac{3}{x+2}$	C : $f(x) = 2 + \frac{5}{x-2}$	D : $f(x) = -2 + \frac{3}{1-x}$

Exercice 3 (2 points)

Compléter sans justifier.

fonction	$f(x) = \sqrt{-x^2+x}$	$f(x) = \frac{1}{\lvert x\rvert - 5}$	$f(x) = \frac{1}{x^2+5}$	$f(x) = \frac{1}{x^2} + 5$
Ensemble de définition				

Exercice 4 (2,5 points, d'après DEFIBAC)

Déterminer les variations de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{-x^2-3x-2}}$.

(on proposera une présentation de type « tableaux »)

Exercice 5 (2 points, d'après DEFIBAC)

Soit la fonction définie par $f(x) = \frac{2x-4}{x+2}$.

1°) Quel est l'ensemble de définition de f ? (on le note $\mathscr{D}$).

2°) Vérifier que pour tout x de $\mathscr{D}$, on a : $f(x) = 2 - \frac{8}{x+2}$.

3°) En déduire les variations de f.

Exercice 6 (2 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ou inéquations suivantes :

1. $|x| \geqslant 2$
2. $|x+2| < 3$
3. $\sqrt{x+3} < 4$ (bien justifier les différentes étapes)
4. $\sqrt{2x-1} = -x$

Exercice 7 (1,5 points)

On considère tous les triangles ABC rectangles en A tels que AB + AC = 8 cm.
Soit x la longueur d'un des côtés de l'angle droit.

1°) Dans quel intervalle varie x ?

2°) Soit $p(x)$ le périmètre. Montrer que $p(x) = \sqrt{2x^2 - 16x + 64} + 8$.

3°) En déduire quels triangles ABC ont le plus petit périmètre. *(Données : $16^2 = 256$)*

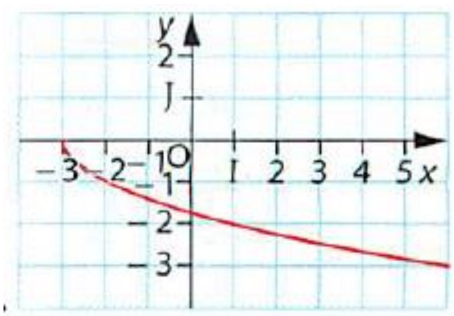
Exercice 8 (1,5 points)

Sur un axe gradué, on considère le point A d'abscisse 2 et le point B d'abscisse -3.
On veut déterminer la position du point M d'abscisse x sur cet axe de tel sorte que MA + 2MB soit le plus petit possible ?
1°) Exprimer MA + 2MB en fonction de x.
2°) Résoudre le problème.

Exercices bonus

Exercice B1 :

Find the parameters a, b and c defining the square root function of the term $f(x) = a\sqrt{x-b} + c$.



Exercice B2 :

On définit pour chaque couple de réels $(a\,;b)$ la fonction f par $f(x) = a - \sqrt{x+b}$.
Deux nombres entiers distincts u et v sont dits échangeables s'il existe au moins un couple $(a\,;b)$ de réels tel que $f(u) = v$ et $f(v) = u$.

1. Montrer que 2 et 3 sont échangeables.

2. Les nombres 4 et 7 sont-ils échangeables ?

3. Quels sont les entiers échangeables ?