1ère S	Devoir n° 8 (DS)	Jeudi 17 décembre 2015

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : connaissance du cours (10 min), 3 points

1°) Question de cours : Soit X une variable aléatoire, a et b deux réels. Démontrer que E(aX+b)= a E(X)+b.

2°) Application : Soit X une variable aléatoire d'espérance m et d'écart–type non nul σ.

Soit Y la variable aléatoire définie par $Y = \frac{X-m}{\sigma}$. Montrer que $E(Y) = 0$ et $\sigma(Y) = 1$.

Exercice 2 : travail personnel, probabilités élémentaires (DEFIBAC, 10 min), 3 points

On dispose d'un dé truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Après avoir lancé ce dé 10000 fois, on a obtenu la distribution de fréquences suivante :

Résultats e_i	1	2	3	4	5	6
Fréquences f_i	0,048	0,095	0,143	0,190	0,238	a

1°) Calculer la valeur de a.

2°) A partir des fréquences observées, on imagine que la probabilité d'une face est **proportionnelle à son numéro**.

a) Justifier que cette approche a du sens *(c'est-à-dire qu'on peut imaginer qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité)*

b) Modéliser alors l'expérience d'un lancer avec ce dé en définissant une loi de probabilité sur l'ensemble E = {1 ; 2 ; 3 ;4 ;5 ;6}.

3°) Utiliser le tableau donnant la loi de probabilité de la question 2b pour calculer la probabilité des événements suivants :

a) A : « le résultat est un multiple de 3 »

b) B : « le résultat est un nombre premier » (c'est-à-dire un nombre ayant exactement deux diviseurs distincts : lui–même et 1 »)

c) C = $\overline{B}$.

d) D = $A \cup B$.

Exercice 3 : calculer (10 min), 3 points

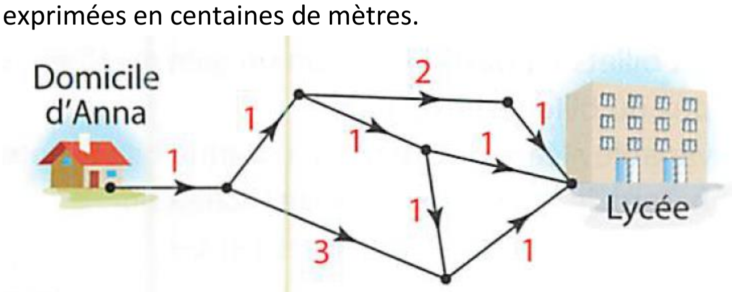
Un robot peut emprunter différents chemins pour se rendre d'un point A à un point B. Il choisit son chemin au hasard.
X est la variable aléatoire qui donne la durée en minutes du trajet.
Voici la loi de probabilité de X :

Durée x_i	5	6	7
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Calculer l'espérance et l'écart–type de X. Contrôler avec votre calculatrice la valeur de l'écart–type.

Exercice 4 : comprendre les variables aléatoires (10 min), 2 points

Pour se rendre au lycée, Anna peut emprunter l'un des chemins schématisés ci–dessous. Les distances en rouge sont exprimées en centaines de mètres.



Chaque matin, Anna choisit au hasard le chemin qu'elle empruntera.
X est la variable aléatoire qui donne la longueur du chemin emprunté en centaines de mètres.
Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 5 : appliquer le cours (10 min), 3 points

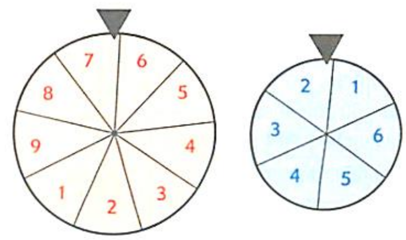
Voici les tarifs d'un théâtre et la répartition statistique de ses spectateurs :

Catégories	Tarifs
Moins de 15 ans	4 €
Étudiant	7 €
Retraité	8 €
Groupe	7 €
Tarif normal	10 €

Moins de 15 ans	Étudiant	Retraité	Groupe	Tarif normal
3 %	22 %	14 %	5 %	56 %

On choisit au hasard un spectateur de ce théâtre. X est la variable aléatoire qui donne le prix payé par ce spectateur.
1°) Vérifier que E(X) = 8,73. Interpréter ce résultat.
2°) Le montant annuel de la gestion du théâtre s'élève à 20 000 € et on a compté 2000 spectateurs l'an dernier.
Peut–on estimer les comptes du théâtre équilibrés ?
3°) La municipalité propose de modifier les tarifs.
Deux possibilités sont envisagées : A : chaque tarif augmente de 1 €.
B : chaque tarif est multiplié par 1,2.
Chacune de ces modifications permettra-t-elle d'équilibre les comptes du théâtre ? (On raisonnera en définissant deux nouvelles variables aléatoires).

Exercice 6 (20 min), 3 points



Dans une fête foraine, une loterie est composée des deux roues comme ci-contre.

Une partie consiste à faire tourner les deux roues pour obtenir un nombre de deux chiffres; celui des dizaines est affiché sur la grande roue et celui des unités sur la petite roue.

Le gain obtenu pour chaque nombre est donné par le tableau suivant :

nombre	gain
de 11 à 66	0 €
de 71 à 86	5 €
de 91 à 96	10 €

Pour participer à cette loterie, il faut donner 3 €.

Cette loterie est–elle bien inéquitable pour un joueur y participant ?

Exercice 7 : modélisation (10 min), 3 points

Trois personnes prennent l'ascenseur au rez-de-chaussée. Cet ascenseur dessert 2 étages.
Chaque personne descend à l'un des 2 étages.
1°) Calculer la probabilité que tous descendent au même étage.
2°) On suppose maintenant qu'il y a 8 étages.
Calculer la probabilité qu'au moins une personne descende au dernier étage.

Exercice 1B (sur ordinateur), 5 points

On lance trois dés bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Alice et Bob calculent la somme des trois nombres obtenus.
Si la somme est 9, Alice gagne. Si la somme est 10, Bob gagne. Pour tous les autres cas, la partie ne compte pas.
Sur un tableur, réaliser une simulation de taille 1000 de cette expérience et afficher, pour cette simulation, les fréquences de réussite d'Alice et Bob. Envoyer le fichier à patrick.boissiere@claudel .org *(le nom du fichier sera du type ds8.votre nom).*

Exercice 2B (algorithmique), 5 points

On considère un jeton bien équilibré sur lequel est écrit « 1 » sur une face et « 3 » sur l'autre face.
On lance 3 fois ce jeton et on s'intéresse à la somme des nombres écrits sur la face visible après chaque lancer.
Ecrire un algorithme ou un programme qui simule cette expérience aléatoire.