

## Exercice 3 du TD 17:

Note:

 $\frac{10}{10}$ 

Appréciations:

Excellent

1) L'expérience aléatoire est 40 fois la répétition, dans des conditions d'indépendance, de l'épreuve de Bernoulli ayant pour succès l'événement "Théo est contrôlé" de probabilité  $p = 0,05$ .

La variable aléatoire  $X$  suit la loi binomiale de paramètres  $\mathcal{B}(40; 0,05)$

a. Calculer la probabilité que Théo soit contrôlé au plus 2 fois revient à calculer  $P(X \leq 2)$ .  
Grâce à la calculatrice, on a:

$$P(X \leq 2) \approx 0,6767 \quad \text{eu}$$

(en appuyant sur les touches:

2nd VARS binomcdf 40 0 0.05 2 ) )

b.  $Z$  est la variable aléatoire donnant le gain algébrique réalisé par Théo, donc:

$$Z = 400 - 110X$$

$$\begin{aligned} \text{Aussi, } 400 - 110 E(X) &= E(-110X) + 400 \\ &= E(400 - 110X) \\ 400 - 110 E(X) &= E(Z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{et } E(X) &= n \times p \quad (\text{loi binomiale}) \\ &= 40 \times 0,05 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{donc } E(Z) &= 400 - 110 \times 2 \\ E(Z) &= 180 \end{aligned} \quad \text{eu}$$

donc

$$\begin{aligned} E(Z) &= E(400 - 110X) \\ &= 400 - 110 E(X) \end{aligned}$$

car on sait que

$$E(aY + b) = aE(Y) + b$$

2)  $E(Z) > 0$  correspond à la situation où la fraude est systématiquement favorable à Théo.

$$E(Z) > 0 \Leftrightarrow 400 - 110(n \times p) > 0$$

$$\Leftrightarrow 400 > 110(n \times p)$$

$$\Leftrightarrow \frac{40}{11} > n \times p$$

$$\Leftrightarrow \frac{40}{11n} > p$$

Donc la fraude est systématiquement favorable à Théo quand  $p \in [0; \frac{40}{11n}[$

Donc pour  $n = 40$ ,  $p \in [0; \frac{1}{11}[$ .



